



אלגוריתמים א' תשס"ו - בוחן אמצע סמסטר

16.12.05

- בבוחן 3 שאלות ו-7 עמודים, בטרם תיגשו לעבודה, נא ודאו כי כל דפי הבוחן בידכם.
- משך הבוחן שעתיים וחצי.
- יש לפתור את כל השאלות.
- מבחן בחומר סגור: מותר להכניס למבחן 2 עמודים כתובים בגודל A4 בלבד.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במידת הצורך אפשר לכתוב תשובות במחברת הבחינה. מספר מחברת הבחינה שלך הוא: _____

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	סך הכל

שאלה מס' 1 (30 נקודות):

צופה תנועה אוסף את נתוני המכוניות בכביש במערך $cars$ ובו n איברים המתאימים ל n מכוניות אשר הופיעו בכביש במהלך התצפיות. ידוע כי יש k סוגי מכוניות ואם מתקיים $cars[i] = l$, פרוש הדבר הוא כי המכונית ה- i ($1 \leq i \leq n$) אשר נצפתה היתה מסוג l ($1 \leq l \leq k$). האלגוריתם הנתון מחשב את סוג המכוניות אשר הופיע הכי הרבה פעמים במהלך התצפית:

```
MAXCAR( $cars$ )
for  $i = 1$  to  $k$  do
   $carnum[i] \leftarrow 0$ 
end for
for  $j = 1$  to  $n$  do
   $cartype \leftarrow A[j]$ 
   $carnum[cartype] \leftarrow carnum[cartype] + 1$ 
end for
 $maxcar \leftarrow 0$ ;  $maxnum \leftarrow 0$ 
for  $i \leftarrow 1$  to  $k$ 
  if  $maxnum < carnum[i]$ 
     $maxnum \leftarrow carnum[i]$ ;  $maxcar \rightarrow i$ 
  endif
endfor
out( $maxcar, maxnum$ )
end
```

1.1 נסחו משפט נכונות לאלגוריתם.

1.2 הוכיחו במדויק את המשפט שניסחתם.

1.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתיכם.

שאלה מס' 2 (40 נקודות)

תזכורת: היפוך במערך A בגודל n הוא זוג אינדקסים i, j כך ש $1 \leq i < j \leq n$ ו $A[i] > A[j]$. כלומר, שני איברים במערך, x ו- y , כאשר $x < y$, נקראים היפוך אם y מופיע במערך לפני x . לדוגמה, במערך:

7	2	9	1	3	6
---	---	---	---	---	---

זוגות האיברים שמהווים היפוך הינם:

$(7, 2); (7, 1); (7, 3); (7, 6); (2, 1); (9, 1); (9, 3); (9, 6)$

בתרגיל הסברנו שניתן להשתמש בואריאציה על אלגוריתם imp-bubble-sort בכדי לחשב את מספר ההיפוכים במערך. להלן הקוד של האלגוריתם:

imp-bubble-sort(A, n)

1. $lim \leftarrow n$
2. **while** $lim > 1$
 - 2.1. $newLim \leftarrow 1$
 - 2.2. **for** $j = 1$ to $lim - 1$
 - 2.2.1. **if** $A[j] > A[j + 1]$
 - 2.2.1.1. $swap(A[j], A[j + 1])$
 - 2.2.1.2. $newLim \leftarrow j$
 - 2.2.2. **end if**
 - 2.3. **end for**
 - 2.4. $lim \leftarrow newLim$
3. **end while**
4. **end**

2.1 הציגו אלגוריתם שמחשב את מספר ההיפוכים במערך בהתבסס על imp-bubble-sort.

2.2 נמקו את נכונות האלגוריתם.

2.3 הסטודנטית נורית טוענת שכאשר מריצים את אלגוריתם imp-bubble-sort על מערך בגודל n בו יש לכל היותר n היפוכים, מובטח שזמן הריצה הינו לינארי (כלומר $\Theta(n)$). האם נורית צודקת? אם כן, הסבירו מדוע. אם לא, הציגו דוגמה נגדית. נמקו את תשובתיכם.

2.4 הסטודנטית כלנית טוענת שכאשר מריצים את האלגוריתם שלה (insertion-sort) על מערך בגודל n בו יש לכל היותר n היפוכים, מובטח שזמן הריצה הינו לינארי (כלומר $\Theta(n)$). האם כלנית צודקת? אם כן, הסבירו מדוע. אם לא, הציגו דוגמה נגדית. נמקו את תשובתיכם. להלן קוד האלגוריתם:

insertion-sort(A, n)

1. **for** $i = 2$ to n
 - 1.1. $j \leftarrow i$
 - 1.2. **while** $j > 1$ AND $A[j] < A[j-1]$
 - 1.2.1. $\text{swap}(A[j], A[j-1])$
 - 1.2.2. $j \leftarrow j-1$
 - 1.3. **end while**
2. **end for**
3. **end**

```
Alg(n)
for i ← n downto 1
  for j ← i+1 to n
    for k1 to j
      y ← linear(k/2)
      print(y)
    End For
  End For
End For
```

ידוע כי זמן הביצוע של הפרוצדורה $linear(m)$ הוא $\Theta(m)$. מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתכם.